

ELEKTROTECHNIKA 1

TEMATICKÉ OKRUHY

1. Základní pojmy a zákony elektrického (elektrostatického) a proudového pole

Elektrický náboj a jeho základní vlastnosti; zákon o zachování náboje; elementární náboj; elektrické pole a jeho základní veličiny: intenzita elektrického pole; elektrostatické pole a jeho zřídlový charakter; siločáry; elektrostatické pole homogenní a nehomogenní; silové působení elektrostatického pole: Coulombův zákon; elektrický potenciál; elektrické napětí; kapacita; energie elektrického pole; proudové pole; proudová hustota; proudové pole homogenní a nehomogenní; konvenční směr elektrického proudu; elektrický odpor a elektrická vodivost; Ohmův zákon; výpočet odporu z rozměrů vodiče; změna odporu s teplotou; vztah veličin elektrického a proudového pole: Ohmův zákon v diferenciálním tvaru; elektrický výkon.

2. Základní pojmy a zákony magnetického a elektromagnetického pole

Magnetické pole a jeho základní veličiny: magnetická indukce a intenzita magnetického pole; magnetického pole buzené vodičem (cívkou) s proudem; magnetické pole permanentního magnetu; vírový charakter magnetického pole; indukční čáry; silové účinky magnetického pole na pohybující se náboj a na vodič protékaný proudem; elektrodynamické síly; Ampérův zákon celkového proudu (věta o obvodovém napětí v magnetickém poli); magnetomotorické napětí; magnetický tok; spřažený magnetický tok; indukčnost; energie magnetického pole; Faradayův indukční zákon; elektromotorické (oběhové) napětí a indukované napětí; Lenzův zákon; elektromagnetické pole; Maxwellovy rovnice; důsledky konečné rychlosti šíření vln: obvody se soustředěnými a rozprostřenými parametry.

3. Základní pojmy a zákony elektrických obvodů – pasivní obvodové prvky

Analýza a syntéza elektrického obvodu; základní pojmy z topologie elektrických obvodů: uzel, větev, smyčka, topologické schéma (čárový graf); orientační (čítací) šipka napětí a proudu; Kirchhoffovy zákony, jejich podstata a způsob aplikace; pasivní obvodové prvky: rezistor, kapacitor, induktor a vázané induktory; základní charakteristiky a definice parametrů pasivních prvků; vztahy mezi napětím a proudem; prvky lineární a nelineární; statické a dynamické parametry; prvky s hysterezí: charakteristika ve tvaru hysterezní smyčky; prvky parametrické; prvky disipativní a akumulativní: přeměna a akumulace elektrické energie; prvky ideální a reálné; modely reálných prvků.

4. Základní pojmy a zákony elektrických obvodů – aktivní obvodové prvky

Rozdělení aktivních obvodových prvků; nezávislé zdroje elektrické energie: nezávislý zdroj napětí a proudu; rozdělující síly, elektromotorické a svorkové napětí; zdroje ideální a reálné; zatěžovací charakteristiky zdrojů; napětí naprázdno a proud nakrátko; řízené (závislé) zdroje elektrické energie: zdroj napětí řízený napětím, zdroj napětí řízený proudem, zdroj proudu řízený napětím, zdroj proudu řízený proudem; řízené zdroje ideální a reálné; ideální operační zesilovač, nulorový model IOZ; lineární modely reálných zdrojů elektrické energie: napěťový a proudový model; lineární zatěžovací charakteristiky; ekvivalence napěťového a proudového modelu, přepočítání vnitřních parametrů; výkonové přizpůsobení zdroje a spotřebiče: přenos maximálního výkonu do odporové zátěže; účinnost při výkonovém přizpůsobení.

5. Základní metody analýzy elektrických obvodů – metody pro speciální případy

Obecný postup při analýze elektrických obvodů; hlediska pro volbu metody analýzy; základní rozdělení metod analýzy lineárních obvodů; metody analýzy pro speciální případy; metoda

postupného zjednodušování obvodu; principy ekvivalence: náhrada sériově a paralelně řazených rezistorů; napěťový dělič; proudový dělič; použití transfigurace obvodu „hvězda–trojúhelník“; použití principu superpozice při analýze lineárních obvodů s více nezávislými zdroji: způsoby vyřazení ideálního zdroje napětí a proudu; metoda úměrných veličin; využití metody úměrných veličin při řešení obvodů s řízenými zdroji.

6. Základní metody analýzy elektrických obvodů – univerzální metody

Podstata univerzálních metod analýzy elektrických obvodů; kritéria pro volbu nezávislých uzlů a smyček; strom obvodu: hlavní (nezávislé) větve a závislé větve; metoda přímé aplikace Kirchhoffových zákonů; metoda smyčkových proudů; přímé sestavení odporové matice ze schématu obvodu; aplikace metody přemístění ideálního proudového zdroje; metoda uzlových napětí; přímé sestavení vodivostní matice ze schématu obvodu; aplikace metody přemístění ideálního napěťového zdroje za uzel; modifikovaná metoda uzlových napětí a její praktický význam; maticový zápis soustav obvodových rovnic a jejich řešení: Cramerovo pravidlo (metoda determinantů) a výpočet pomocí inverzní matice; výpočet vstupního odporu a činitele přenosu; razítkové matice a jejich využití při počítačovém řešení elektrických obvodů.

7. Základní metody analýzy elektrických obvodů – základní věty, principy a teoremy

Princip superpozice, podmínky jeho platnosti a způsoby aplikace při analýze elektrických obvodů; věty o náhradních zdrojích a jejich aplikace: věta o náhradním napěťovém zdroji (Théveninův teorém) a věta o náhradním proudovém zdroji (Nortonův teorém); způsoby stanovení vnitřních parametrů náhradních modelů: použití na řešení obvodů s řízenými zdroji; princip kompenzace (substituce) a jeho praktické využití; princip reciprocity (vzájemnosti): reciproční a nerekiproční elektrické obvody a prvky, příklady; dualita elektrických obvodů a fyzikálních vztahů; Millmanova věta a její praktické použití: řešení paralelně řazených napěťových zdrojů; Tellegenův teorém: podstata a použití.

8. Magnetické obvody – základní pojmy, magnetické vlastnosti látek

Magnetický obvod, jeho praktický význam a použití; základní pojmy: pracovní prostor, hlavní a rozptylový magnetický tok, činitel rozptylu; činitel plnění; magnetická permeabilita; magnetický odpor a vodivost; Hopkinsonův zákon; formální analogie mezi veličinami, zákony a charakteristikami magnetických a elektrických obvodů; magnetické vlastnosti látek; látky diamagnetické, paramagnetické a feromagnetické; magnetizační křivka feromagnetika; stav nasycení; definice a závislosti statické a dynamické permeability; počáteční permeabilita; křivka prvotní magnetizace a komutační křivka; hysterezní smyčka feromagnetického materiálu; remanentní magnetická indukce; koercivita; inkrementální a vratná permeabilita; materiály magneticky tvrdé a měkké; hysterezní ztráty; ztráty vířivými proudy při střídavém magnetování; ferity.

9. Magnetické obvody – základní metody řešení

Základní problémy analýzy a syntézy magnetických obvodů; syntéza jednoduchého magnetického obvodu: stanovení magnetomotorického napětí pro zadané hodnoty magnetické indukce v pracovním prostoru; postup při syntéze rozvětveného magnetického obvodu; analýza jednoduchého magnetického obvodu: určení magnetického toku a indukce v pracovním prostoru při zadaném magnetomotorickém napětí; využití analogií s nelineárními nesetrvačnými obvody; grafická metoda překlopené charakteristiky (zatěžovací přímky); aproximace magnetizačních charakteristik; interpolace polynomy; aproximace metodou nejmenších čtverců; numerické řešení nelineárních algebraických rovnic: metoda regula falsi, Newtonova metoda; magnetický obvod s permanentním magnetem a jeho optimální návrh; energetický součin.

10. Časově proměnné obvodové veličiny

Klasifikace časových průběhů veličin; průběhy determinované a stochastické; determinované průběhy spojité a nespojité; stacionární průběh (stejnoseměrný); periodické průběhy; perioda a frekvence (kmitočet); periodické průběhy kmitavé, pulsující a střídavé; střídavé průběhy nesouměrné a souměrné (antiperiodické); harmonický časový průběh a jeho matematické vyjádření; amplituda, počáteční fáze a úhlová frekvence (kmitočet); charakteristické hodnoty periodických časových průběhů: maximální hodnota, střední hodnota v době jedné periody (stejnoseměrná složka), střední hodnota v době jedné půlperiody, aritmetická střední hodnota, efektivní hodnota; činitelé tvaru, výkyvu a plnění; pojem „ustálený průběh“; neperiodické veličiny: časové průběhy přechodných jevů a izolované impulsy; mohutnost impulsu; jednotkový skok, jednotkový (Diracův) impuls a jejich praktické použití.

VZOROVÉ PŘÍKLADY

1. Základní pojmy a zákony elektrického (elektrostatického) a proudového pole

Žárovka reflektoru automobilu má při napětí 12V výkon 75W.

a) Jaký odebírá proud, jaký odpor má její vlákno a jakou elektrickou energii spotřebuje za dobu 3hod.?

b) Za jak dlouho vybijí nezhasnuté reflektory automobilu plně nabitý akumulátor o „kapacitě“ 55Ah?

Řešení:

a) Vyjdeme ze základního vztahu pro elektrický výkon ustáleného stejnosměrného proudu $P = UI$, odkud dostáváme:

$$I = \frac{P}{U} = 6.25\text{A}, \text{ dále z Ohmova zákona } R = \frac{U}{I} = 1.92\Omega.$$

Spotřebovaná elektrická energie: $W = Pt = 225\text{Wh} = 810\text{kJ}$.

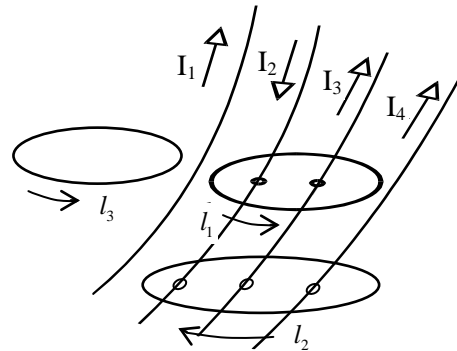
b) Reflektory jsou 2 => celkový odebíraný proud je roven $I_{\text{celk}} = 2I = 12.5\text{A}$.

Pro případ stejnosměrného ustáleného vybíjecího proudu pak platí:

$$t_v = \frac{Q}{I_{\text{celk}}} = 4.4\text{hod.} = 15840\text{s}.$$

2. Základní pojmy a zákony magnetického a elektromagnetického pole

Formulujte Ampérův zákon celkového proudu pro konfigurace proudů I_1 až I_4 a integračních drah l_1 až l_3 uvedené na obrázku.



Řešení:

$$\text{Integrační dráha } l_1: \oint_{l_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_3 - I_2,$$

$$\text{Integrační dráha } l_2: \oint_{l_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_2 - I_3 - I_4,$$

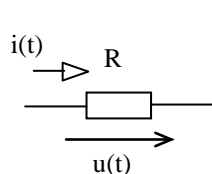
$$\text{Integrační dráha } l_3: \oint_{l_3} \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0.$$

3. Základní pojmy a zákony elektrických obvodů – pasivní obvodové prvky

Uveďte základní vztahy platné mezi napětím a proudem u ideálních obvodových prvků rezistoru, induktoru a kapacitoru. Co platí pro energie?

Řešení:

Rezistor:

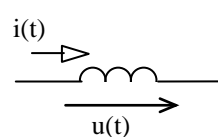


$$u(t) = Ri(t) = \frac{i(t)}{G}, \quad i(t) = \frac{u(t)}{R} = Gu(t) \quad (\text{Ohmův zákon})$$

Energie se přeměňuje nevratně v teplo: v časovém intervalu $\langle 0, t \rangle$ se

$$\text{přemění energie velikosti } W_R(t) = R \int_0^t i^2(\tau) d\tau = G \int_0^t u^2(\tau) d\tau .$$

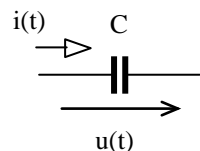
Induktor:



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}, \quad i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau + i(t_0)$$

Energie se akumuluje v magnetickém poli induktoru: $W_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$.

Kapacitor:



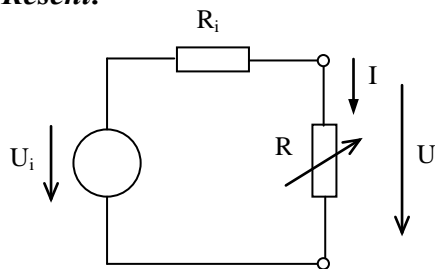
$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}, \quad u(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + u(t_0)$$

Energie se akumuluje v elektrickém poli kapacitoru: $W_C(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t)$.

4. Základní pojmy a zákony elektrických obvodů – aktivní obvodové prvky

Napište podmínku výkonového přizpůsobení zdroje a spotřebiče. Sestavte základní rovnici pro její odvození a udejte hodnotu maximálního výkonu P_{\max} .

Řešení:



Hledáme funkci $P = f(R)$:

$$I = \frac{U_i}{R_i + R}, \quad U = RI = R \frac{U_i}{R_i + R},$$

$$P = UI = U_i^2 \frac{R}{(R_i + R)^2} .$$

Maximum funkce $P = f(R)$ nastane, je-li splněna podmínka:

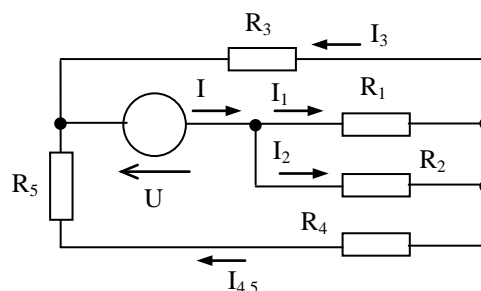
$$\frac{dP}{dR} = 0, \quad \text{tj. } U_i^2 \frac{(R_i + R)^2 - 2R(R_i + R)}{(R_i + R)^4} = 0 .$$

Pro $U_i \neq 0$ musí platit $R_i^2 + 2R_iR + R^2 - 2R_iR - 2R^2 = 0 \Rightarrow R_i^2 - R^2 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{R = R_i}}$.

Výkon: $P = U_i^2 \frac{R}{(R_i + R)^2} \Rightarrow \text{maximální výkon: } P_{\max} = P|_{R=R_i} = \underline{\underline{\frac{U_i^2}{4R_i}}}$.

5. Základní metody analýzy elektrických obvodů – metody pro speciální případy

V obvodu na obrázku stanovte proudy všemi větvemi, je-li $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 40\Omega$, $R_3 = 20\Omega$, $R_4 = 10\Omega$, $R_5 = 10\Omega$ a $U = 40V$. Pro řešení použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.



Řešení:

V obvodu vyznačíme směry proudů. Celkový odpor vzhledem ke svorkám zdroje:

$$R = R_1 // R_2 + R_3 // (R_4 + R_5) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 (R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5} = \underline{\underline{18\Omega}}$$

Celkový proud dodávaný ze zdroje: $I = \frac{U}{R} = \underline{\underline{1.1\text{ A}}}$.

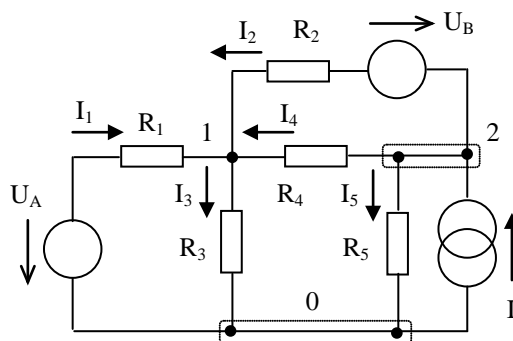
Výpočet proudů jednotlivými rezistory:

$$U_{1,2} = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 8.8\text{ V} \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{U_{1,2}}{R_1} = \underline{\underline{0.8\text{ A}}}, \quad I_2 = I - I_1 = \underline{\underline{0.2\text{ A}}},$$

$$U_3 = U - U_{1,2} = 11.1\text{ V} \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \underline{\underline{0.5\text{ A}}}, \quad I_{4,5} = I - I_3 = \underline{\underline{0.5\text{ A}}}.$$

6. Základní metody analýzy elektrických obvodů – univerzální metody

Metodou uzlových napětí určete proudy rezistory v obvodu, je-li $U_A = 20V$, $U_B = 40V$, $I = 2A$, $R_1 = 20\Omega$, $R_2 = 50\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 20\Omega$ a $R_5 = 20\Omega$.



Řešení:

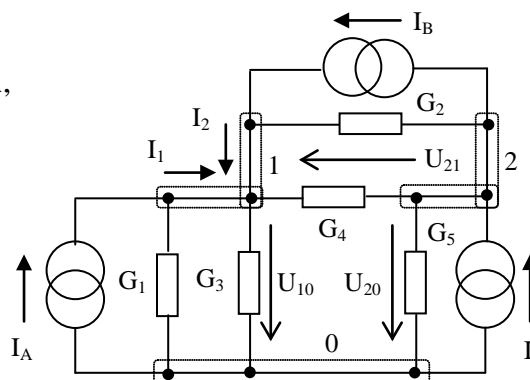
V obvodu zvolíme nezávislé uzly (1, 2) a uzel referenční (0), dále volíme směry větvových proudů a sestavíme náhradní schéma s proudovými modely zdrojů. Vyznačíme uzlová napětí.

Výpočet parametrů náhradního schématu:

$$I_A = \frac{U_A}{R_1} = 1\text{ A}, \quad G_1 = \frac{1}{R_1} = 0.05\text{ S}, \quad I_B = \frac{U_B}{R_2} = 0.8\text{ A},$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} = 0.02\text{ S}, \quad G_3 = \frac{1}{R_3} = 0.1\text{ S},$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4} = 0.05\text{ S}, \quad G_5 = \frac{1}{R_5} = 0.05\text{ S}.$$



Maticová rovnice MUN:

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_3 + G_4 & -G_2 - G_4 \\ -G_2 - G_4 & G_2 + G_4 + G_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_A + I_B \\ I - I_B \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0.22 & -0.07 \\ -0.07 & 0.12 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.8 \\ 1.2 \end{bmatrix}.$$

$$U_{10} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{0.3}{0.0215} \doteq \underline{\underline{13.95 \text{ V}}}, \quad U_{20} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{0.39}{0.0215} \doteq \underline{\underline{18.14 \text{ V}}}, \quad U_{21} = U_{20} - U_{10} \doteq \underline{\underline{4.186 \text{ V}}}.$$

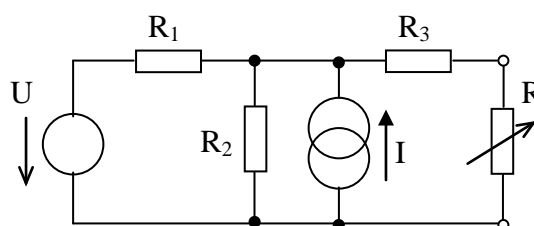
Proudy rezistory:

$$I_1 = I_A - G_1 U_{10} \doteq \underline{\underline{0.3023 \text{ A}}}, \quad I_2 = I_B + G_2 U_{21} \doteq \underline{\underline{0.8837 \text{ A}}}, \quad I_3 = G_3 U_{10} \doteq \underline{\underline{1.395 \text{ A}}},$$

$$I_4 = G_4 U_{21} \doteq \underline{\underline{0.2093 \text{ A}}}, \quad I_5 = G_5 U_{20} \doteq \underline{\underline{0.9070 \text{ A}}}.$$

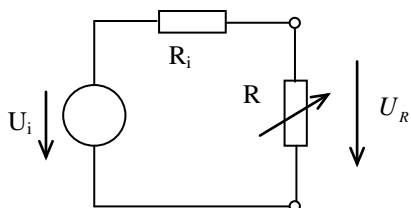
7. Základní metody analýzy elektrických obvodů – základní věty, principy a teorémy

Aplikací Théveninovy věty vypočítejte napětí na rezistoru R, který nabývá postupně hodnoty 10, 20 a 40Ω, je-li U = 20V, I = 3A, R₁ = 20Ω, R₂ = 30Ω a R₃ = 10Ω.

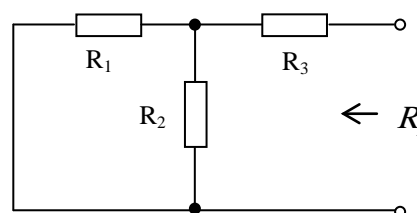


Řešení:

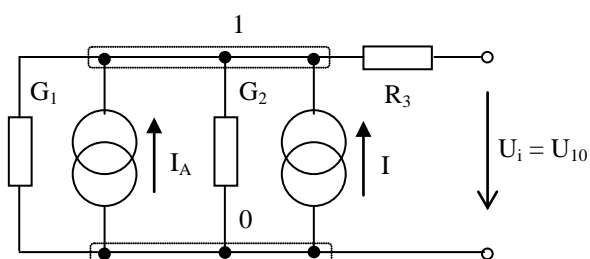
Náhradní napěťový model:



Stanovení vnitřního odporu Ri:



Stanovení vnitřního napětí Ui:



Rovnice MUN:

$$(G_1 + G_2)U_{10} = I_A + I \Rightarrow$$

$$U_i = U_{10} = \frac{I_A + I}{G_1 + G_2} = \underline{\underline{48 \text{ V}}}.$$

$$I_A = \frac{U}{R_1} = 1 \text{ A}, \quad G_1 = \frac{1}{R_1} = 0.05 \text{ S}, \quad G_2 = \frac{1}{R_2} = 0.0\bar{3} \text{ S}.$$

Napětí na rezistoru R dle vzorce pro napěťový dělič: $U_R = U_i \frac{R}{R_i + R} \Rightarrow$

R [Ω]	10	20	40
UR [V]	15.00	22.86	30.97

8. Magnetické obvody – základní pojmy, magnetické vlastnosti látek

Uveďte odpovídající si formálně analogické veličiny a zákony magnetických a elektrických obvodů. U příslušných veličin uveďte také jejich jednotky.

Řešení:

Elektrický obvod:

elektrický proud $I [A]$

elektrické napětí $U [V]$

elektromotorické napětí $E_{mn} [V]$

elektrický odpor $R [\Omega]$

Ohmův zákon

$$U = RI$$

I. Kirchhoffův zákon (proudový)

$$\sum_k \pm I_k = 0$$

II. Kirchhoffův zákon (napětěový)

$$\sum_k \pm U_k = 0$$

Magnetický obvod:

\leftrightarrow magnetický tok $\Phi [Wb]$

\leftrightarrow magnetické napětí $U_m [A]$

\leftrightarrow magnetomotorické napětí $F_m [A]$

\leftrightarrow magnetický odpor $R_m [H^{-1}, A/Wb]$,

\leftrightarrow Hopkinsonův zákon

$$U_m = R_m \Phi$$

\leftrightarrow I. Kirchhoffův zákon (pro mag. tok)

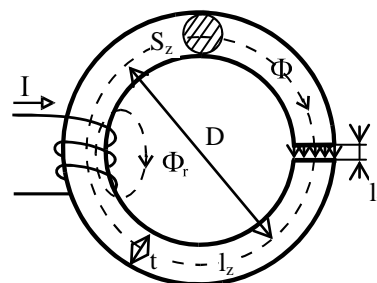
$$\sum_k \pm \Phi_k = 0$$

\leftrightarrow II. Kirchhoffův zákon (pro mag. napětí)

$$\sum_k \pm U_{mk} = 0$$

9. Magnetické obvody – základní metody řešení

Uveďte postup řešení (syntézy) magnetického obvodu s jádrem ve tvaru toroidu dle obrázku. Je zadána magnetická indukce ve vzduchové mezeře B_v , hledáme magnetomotorické napětí F_m cívky. Dále známe střední průměr jádra D , průřez S_v a délku l_v vzduchové mezery a činitel plnění jádra k_z . Magnetizační charakteristika $B_z = f(H_z)$ je zadána graficky. Uvažte $D \gg t$, zanedbejte rozptylový tok Φ_r i rozptyl ve vzduchové mezeře.



Řešení:

Řešení vychází z Ampérova zákona celkového proudu

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I = F_m .$$

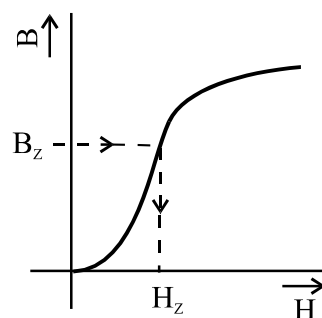
Při splnění podmínky $D \gg t$ lze přibližně psát:

$$F_m = NI = H_v l_v + H_z l_z = \frac{B_v}{\mu_0} l_v + H_z l_z ,$$

přičemž velikost intenzity magnetického pole v jádře H_z odečteme ze zadané magnetizační charakteristiky, viz obrázek, pro magnetickou indukci jádra

$$B_z = \frac{\Phi}{S_z} = \frac{B_v S_v}{k_z S_v} = \frac{B_v}{k_z} ,$$

Pro délku střední indukční čáry v jádře platí $l_z = \pi D - l_v$.



10. Časově proměnné obvodové veličiny

Napište definiční vztahy pro střední hodnotu (ss složku), střední aritmetickou hodnotu a efektivní hodnotu periodického časového průběhu proudu. Uveďte příslušné hodnoty pro harmonický průběh proudu $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$.

Řešení:

Střední hodnota (stejnoseměrná složka): $I_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$.

Střední aritmetická hodnota: $I_a = \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| dt$.

Efektivní hodnota: $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$.

Pro harmonický průběh $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ platí: $I_0 = 0$, $I_a = \frac{2}{\pi} I_m$, $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.