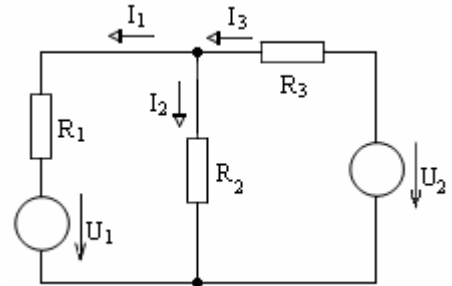


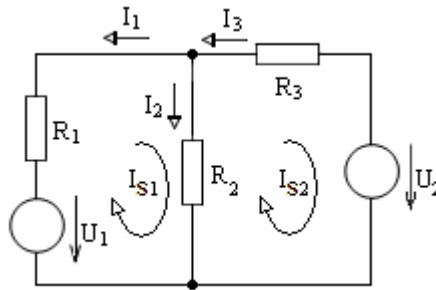
1 Elektrotechnika 1

- a) Metodou smyčkových proudů (MSP) vypočtete proudy všech větví uvedeného obvodu.
 $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $U_1 = 5 \text{ V}$, $U_2 = 3 \text{ V}$.
- b) Uveďte obecný vztah pro výpočet počtu nezávislých smyček obvodu u metody smyčkových proudů.



Řešení

a)



$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{S1} \\ I_{S2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ -U_2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{S1} \\ I_{S2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 8 \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = 14 \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 1$$

$$I_{S1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{14}{8} = 1,75 \text{ A} \quad I_{S2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ A} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

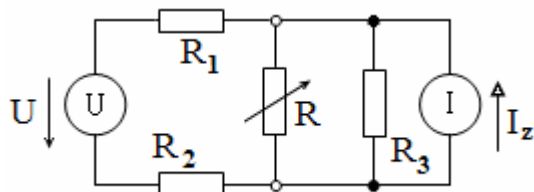
$$I_1 = -I_{S1} = -1,75 \text{ A} \quad , \quad I_2 = I_{S1} - I_{S2} = 1,625 \text{ A} \quad , \quad I_3 = -I_{S2} = -0,125 \text{ A} \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

(Pozn.: V případě jiné volby smyček, která **musí být v řešení vyznačena**, je třeba správné mezivýsledky s hodnotami odlišnými od vzorového řešení také adekvátně bodovat).

- b) Počet nezávislých smyček: $s = v - n + 1$ (v - počet větví, n - počet uzlů obvodu). **1 bod**

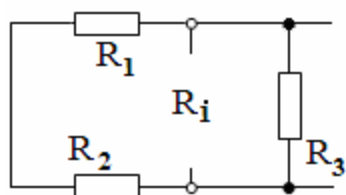
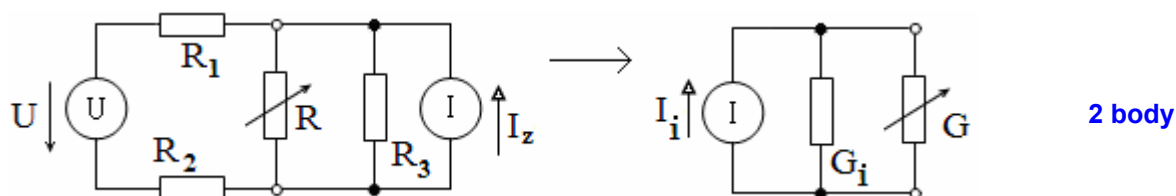
2 Elektrotechnika 1

Pomocí **Nortonovy věty** určete proud rezistorem R pro hodnoty: a) $R = 5 \Omega$, b) $R = 10 \Omega$.



$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = 5 \Omega \\ R_3 &= 10 \Omega \\ U &= 10 \text{ V} \\ I_z &= 1 \text{ A} \end{aligned}$$

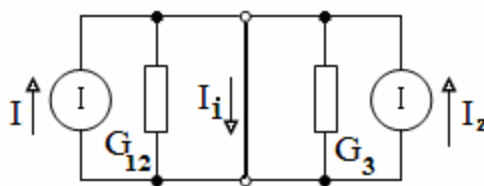
Řešení



$$R_i = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = 5 \Omega$$

$$G_i = \frac{1}{R_i} = 0,2 \text{ S}$$

2 body



$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = 1 \text{ A}$$

$$I_i = I + I_z = 2 \text{ A}$$

2 body

$$I_G = I_i \frac{G}{G + G_i} \quad I_{R5} = 2 \frac{0,2}{0,2 + 0,2} = 1 \text{ A} \quad I_{R10} = 2 \frac{0,1}{0,2 + 0,1} = \frac{2}{3} = 0,6 \text{ A}$$

2 body

1 bod

1 bod

3 Elektrotechnika 2

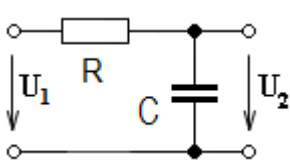
Integrační článek RC má tyto hodnoty prvků: $R = 1000 \Omega$, $C = 10 \mu\text{F}$.

- Nakreslete zapojení setrvačného RC článku a odvoďte jeho napěťový přenos naprázdno $\mathbf{K}_U(j\omega)$.
- Vypočtete napěťový přenos naprázdno $\mathbf{K}_U(j\omega)$ (ve složkovém tvaru), je-li úhlový kmitočet vstupního signálu $\omega = 100 \text{ rad/s}$.
- Nakreslete hodograf setrvačného RC článku, vyznačte v něm pracovní bod pro zadaný úhlový kmitočet ω .
- Vypočtete mezní úhlový kmitočet ω_m a časovou konstantu τ uvedeného článku.
- Nakreslete zapojení integračního LR článku a odvoďte jeho napěťový přenos naprázdno $\mathbf{K}_U(j\omega)$.

Řešení

- a) Zapojení setrvačného RC článku a jeho napěťový přenos naprázdno $\mathbf{K}_U(j\omega)$.

2 body

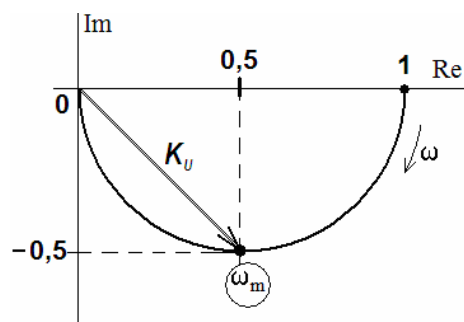


$$\mathbf{K}_U(j\omega) = \frac{\mathbf{U}_2(j\omega)}{\mathbf{U}_1(j\omega)} = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

- b) $\mathbf{K}_U(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j10^2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{1 + j} = \frac{1-j}{(1+j)(1-j)} = \frac{1-j}{2} = 0,5 - j0,5$

3 body

- c)

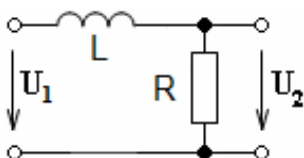


2 body

- d) $\omega_m = \frac{1}{RC} = \frac{1}{10^3 \cdot 10^{-5}} = 100 \text{ rad/s}$, $\tau = RC = 10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{-2} = 10 \text{ ms}$

1 bod

- e)

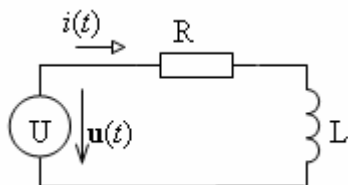


$$\mathbf{K}_U(j\omega) = \frac{\mathbf{U}_2(j\omega)}{\mathbf{U}_1(j\omega)} = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

2 body

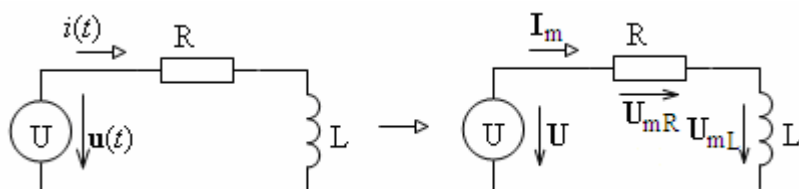
4 Elektrotechnika 2

Vypočítejte celkovou impedanci zátěže \mathbf{Z} , kterou napájí zdroj harmonického napětí $u(t) = U_m \sin(\omega t) = 100 \sin(\omega t)$. Vypočtete dále fázory napětí na jednotlivých prvcích obvodu, celkový komplexní, činný a jalový výkon dodávaný zdrojem do zátěže. (Všechny fázory udávejte jen ve složkových tvarech).



$$\begin{aligned} R &= 50 \, \Omega \\ \omega L &= 50 \, \Omega \\ u(t) &= 100 \sin(\omega t) \, \text{V} \end{aligned}$$

Řešení



$$\mathbf{U}_m = 100 + j0 \, (\text{V}) \quad \text{1 bod}$$

$$\mathbf{Z} = R + j\omega L = 50 + j50 \, (\Omega) \quad \text{1 bod}$$

$$\mathbf{I}_m = \frac{\mathbf{U}_m}{\mathbf{Z}} = \frac{100}{50 + j50} = \frac{2}{1 + j} = \frac{2 \cdot (1 - j)}{(1 + j) \cdot (1 - j)} = 1 - j \, (\text{A}) \quad \text{2 body}$$

$$\mathbf{U}_{mR} = \mathbf{I}_m \cdot R = (1 - j) \cdot 50 = 50 - j50 \, (\text{V}) \quad \text{1 bod}$$

$$\mathbf{U}_{mL} = \mathbf{I}_m \cdot j\omega L = (1 - j) \cdot j50 = 50 + j50 \, (\text{V}) \quad \text{1 bod}$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{U}_m \mathbf{I}_m^* = \frac{1}{2} 100(1 + j) = 50 + j50 = P + jQ \, (\text{VA}) \quad \text{2 body}$$

$$\text{činný výkon } P = 50 \, (\text{W}), \text{ jalový výkon } Q = 50 \, (\text{VA}r) \quad \text{2 body}$$

$$\text{nebo též } \mathbf{S} = \frac{1}{2} \frac{U_m^2}{\mathbf{Z}^*} = \frac{1}{2} \frac{100^2}{50 - j50} = 50 + j50 \, (\text{VA}),$$

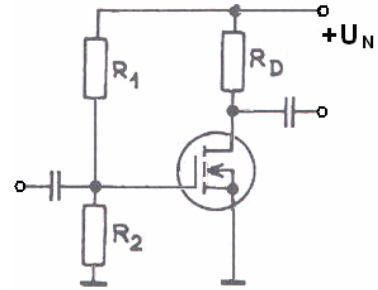
$$\text{nebo též } \mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{Z} \cdot I_m^2 = \frac{1}{2} (50 + j50) \cdot (\sqrt{2})^2 = 50 + j50 \, (\text{VA})$$

5 Elektronické součástky

a) Pracovní bod tranzistoru IGFET zapojeného podle schématu je nastaven do oblasti saturace. Jak se změní napětí U_{GS} , proud I_D , strmost tranzistoru g_m , a napětí U_{DS} a, jestliže:

1. R_2 se zmenší,
2. R_D se zmenší,
3. Napájecí napětí U_N se zmenší.

Odpovědi stručně (!) zdůvodněte.



b) Jaké zásady musí být dodrženy pro návrh a výrobu struktury bipolárního tranzistoru, aby byla zaručena správná funkce této struktury? Stručně (!) zdůvodněte.

c) Závěrný proud diody D_1 je přibližně 50x větší než závěrný proud diody D_2 . Ostatní parametry jsou prakticky shodné. Vysvětlete pravděpodobnou příčinu tohoto rozdílu (předpokládejte, že se nejedná o vadné diody.)

Řešení

a) 1. Zmenší se napětí U_{GS} na hradle tranzistoru a proud I_D klesne. Menší I_D znamená menší g_m . Napětí na odporu R_D se zmenší a napětí U_{DS} vzroste. **1 bod**

2. V saturaci se tranzistor FET chová jako proudový zdroj. Velikost proudu I_D je dána hodnotou U_{GS} . Při změně R_D se U_{GS} nemění, nezmění se tedy ani I_D a g_m . Zmenší se pouze úbytek napětí na odporu R_D a napětí U_{DS} vzroste. **1 bod**

3. Protože napětí na děliči R_1, R_2 je úměrné napájecímu napětí, U_{GS} klesne. Proud I_D klesne. Menší I_D znamená menší g_m . Napětí na odporu R_D se zmenší. Změna napětí U_{DS} závisí na aktuální poloze pracovního bodu - na strmosti změny proudu I_D s napětím U_{GS} a velikosti odporu R_D (může dojít k jeho zvýšení nebo snížení, může zůstat i stejné). **2 body**

b) 1. Velmi tenká báze - základní podmínka. Nosiče proniknou z emitorového přechodu do kolektorového přechodu a mohou být odsávány kolektorovým přechodem. **1 bod**

2. Koncentrace příměsí v emitoru mnohem větší než v bázi. Proud přechodu EB je potom tvořen především nosiči emitoru do báze. **1 bod**

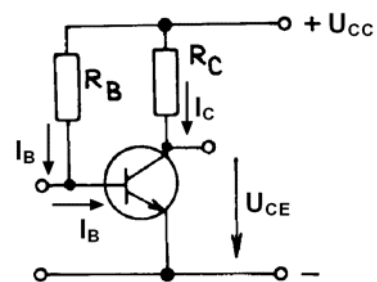
3. Kontakt báze co nejdále od přechodu EB. Difúzní proud nosičů z emitoru je odsáván kolektorovým přechodem dříve než jsou nosiče zachyceny na kontaktu báze. **1 bod**

4. Plocha kolektoru co největší. Je tak zaručeno spolehlivé odsávání difúzního proudu nosičů z emitoru. **1 bod**

c) D_1 je pravděpodobně spínací dioda. Pro potlačení akumulace nosičů a zmenšení difúzní kapacity se u rychlých a spínacích diod do přechodu PN záměrně zavádí speciální příměsí – rekombinační centra. Zmenšení doby života nosičů τ má za následek zvýšení saturačního/závěrného proudu diody. **2 body**

6 Elektronické součástky

- a) Tranzistor v zapojení podle obrázku je univerzální nízkofrekvenční tranzistor ($\beta = 180$). Proud báze tranzistoru T_1 je nastaven odporem R_B tak, aby úbytek na kolektorovém odporu R_C byl $U_{RC} = \frac{1}{2} U_{CC}$. Odpovězte na následující otázky a své odpovědi stručně zdůvodněte za použití vztahů pro výpočet pracovního bodu tranzistoru. Jak se změní:



1. vstupní odpor tohoto zesilovače zvětšíme-li napájecí napětí U_{CC} ,
2. napěťové zesílení naprázdno zvětšíme-li hodnotu R_B ,
3. proud I_C vyměníme-li univerzální tranzistor za spínací?

- b) Jak určíme diferenciální odpor emitoru r_E bipolárního tranzistoru? Jaká je souvislost r_E se zesílením tranzistorového zesilovače v zapojení SE.
- c) Jakými provozními parametry se liší normální a inverzní zapojení bipolárního tranzistoru. Vysvětlete.

Řešení

- a) 1. I_B se zvětší, protože $I_B = (U_{CC} - U_{BE}) / R_B$. R_B je mnohem větší než r_B - vstupní odpor je proto prakticky určen velikostí $r_B = U_T / I_B$. Protože I_B se při zvýšení U_{CC} zvětší, r_B a tím i vstupní odpor se zmenší. **2 body**
2. I_B se zmenší, protože $I_B = (U_{CC} - U_{BE}) / R_B$. Při menším I_B bude menší i $I_C = h_{21E} \cdot I_B$. Napěťové zesílení tohoto zapojení je $A_u = R_C / r_E$, kde $r_E = U_T / I_E$ ($I_E = I_C$). Protože při větší hodnotě R_B bude I_C menší, zvětší se r_E a napěťové zesílení klesne. **2 body**
3. Spínací tranzistory mají v bázi rekombinační centra pro zrychlení vypnutí. Jejich proudový zesilovací činitel je proto mnohem menší než pro univerzální tranzistory s jinak stejnými parametry. Při menším β bude menší také $I_C = \beta \cdot I_B$ (I_B se nezmění protože $I_B = (U_{CC} - U_{BE}) / R_B$). **2 body**
- b) $r_E = U_T / I_E \sim U_T / I_C$
 $|A_u| = \Delta U_{CE} / \Delta U_{BE} = \Delta I_C \cdot R_C / \Delta I_B \cdot r_B = \Delta I_C \cdot R_C / [(\Delta I_C / \beta) \cdot r_B] = R_C / (r_B / \beta) = R_C / r_E$ **2 body**
- c) V inverzním režimu si emitorový a kolektorový přechod vymění své funkce. V tomto případě však nejsou splněny požadavky na optimální funkci struktury bipolárního tranzistoru – emitující (kolektorový) přechod má malou koncentraci příměsí a emitor při své velmi malé ploše zachytne jen velmi málo nosičů z báze - proudový zesilovací činitel β je proto velmi malý. Závěrné napětí v inverzním zapojení je velmi malé – typicky pod 7 V, protože emitorový přechod má velkou koncentraci příměsí. Saturační napětí U_{ECsat} je velmi malé, protože bohatě dotovaný emitorový přechod má velké difúzní napětí a je schopen odsávat nosiče z báze i při velmi malém napětí U_{EC} . Využívá se toho u spínačů pro měřicí techniku. **2 body**

7 Signály, soustavy, systémy

Je dán periodický signál

$$s(t) = 3 \text{ pro } t \in \langle 0, 1 \rangle \text{ a}$$

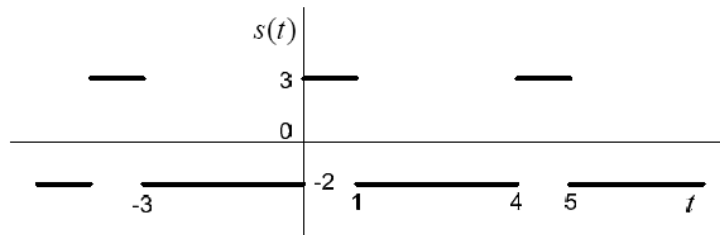
$$s(t) = -2 \text{ pro } t \in \langle 1, 4 \rangle$$

s periodou $T_1 = 4$. Určete co značí normovaný výkon signálu a vypočítejte střední normovaný výkon signálu $s(t)$.

- Načrtněte průběh signálu $s(t)$.
- Napište obecný vztah pro výkon signálu na odporu $R = 1\Omega$.
- Vypočtěte tento výkon číselně.

Řešení

- a) Průběh signálu $s(t)$



3 body

- b) Obecný vztah pro výkon signálu:

$$P = \frac{1}{T_1} \int_{T_1} s^2(t) dt =$$

4 body

- c) Číselný výsledek:

$$P = \frac{1}{4} \int_0^1 3^2 dt + \frac{1}{4} \int_1^4 (-2)^2 dt = \frac{1}{4} [9 \cdot 1 + 4 \cdot 3] = \frac{21}{4} = 5,25.$$

3 body

8 Signály, soustavy, systémy

Jsou dány následující signály $s(n)$ s diskretním časem n . Stanovte Z-obrazy $S(z)$ signálů $s(n)$.

- a) Stanovte obraz $S_a(z)$ signálu $s_a(n) = \delta(n)$
- b) Stanovte obraz $S_b(z)$ signálu $s_b(n) = \delta(n-1)$
- c) Stanovte obraz $S_c(z)$ signálu $s_c(n) = -6\delta(n-2)$
- d) Stanovte obraz $S(z)$ signálu $s(n) = \delta(n) + \delta(n-1) - 6\delta(n-2)$

Pomůcka: $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}$ nebo $S(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(n)z^{-n}$.

Řešení

a) $S_a(z) = 1$ **3 body**

c) $S_c(z) = -6z^{-2}$ **2 body**

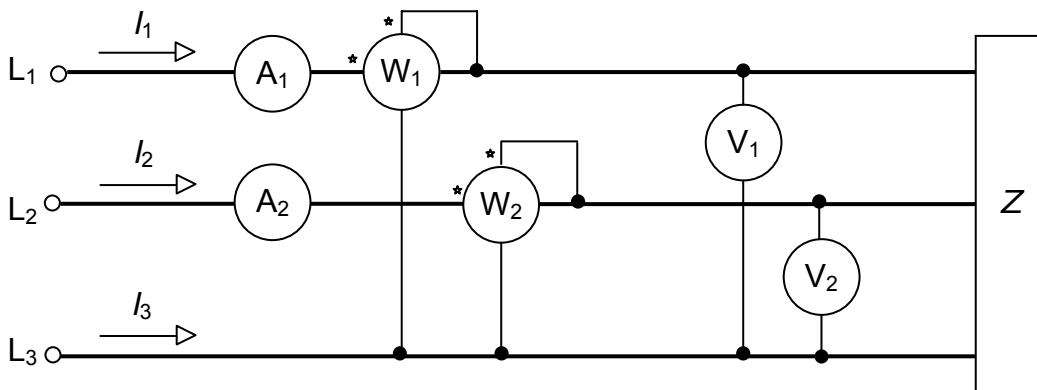
b) $S_b(z) = z^{-1}$ **3 body**

d) $S(z) = 1 + z^{-1} - 6z^{-2}$ **2 body**

9 Měření v elektrotechnice

Nakreslete Aronovo zapojení pro měření výkonu v trojfázové síti a odvoďte vztahy pro celkový výkon.

Řešení



2 body

Okamžité hodnoty výkonů měřených wattmetry jsou

$$p_1 = u_{13} \cdot i_1 = u_1 \cdot i_1 - u_3 \cdot i_1 \quad (\text{W}),$$

1 bod

$$p_2 = u_{23} \cdot i_2 = u_2 \cdot i_2 - u_3 \cdot i_2 \quad (\text{W}).$$

1 bod

Součet těchto hodnot

$$p = p_1 + p_2 = u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot (-i_1 - i_2) \quad (\text{W}).$$

1 bod

Protože se jedná o třívodičovou síť, platí podle 1. Kirchhoffova zákona

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow i_3 = -i_1 - i_2 \quad (\text{A}).$$

1 bod

Dosazením dostaneme

$$p = p_1 + p_2 = u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot i_3 \quad (\text{W}).$$

1 bod

Celkový činný výkon třífázové třívodičové soustavy změřený dvěma wattmetry je

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = N_1 + N_2 \quad (\text{W}),$$

1 bod

kde jsou N_1 , N_2 jsou údaje wattmetrů (W).

Údaje wattmetrů můžeme s přihlédnutím k fázorovému diagramu zapsat

$$N_1 = U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_1 - 30^\circ) \quad (\text{W}),$$

1 bod

$$N_2 = U_{23} \cdot I_2 \cdot \cos(\varphi_2 + 30^\circ) \quad (\text{W}).$$

1 bod

10 Měření v elektrotechnice

Při měření magnetické indukce B ve stejnosměrném magnetickém poli byla pomocí rotující měřicí cívky naměřena efektivní hodnota napětí 2 V. Plocha cívky je 1 cm^2 , počet závitů 100. Cívka má 1500 otáček za minutu. Určete velikost B .

Řešení

$$B = \frac{60 \cdot U}{4,44 \cdot n \cdot N \cdot S} = \frac{60 \cdot 2}{4,44 \cdot 1500 \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 1,8 \text{ T}$$

10 bodů