

MODIFIED DEEP PUSHDOWN AUTOMATA

Radka Škvařilová

Bachelor Degree Programme (3), FIT BUT

E-mail: xskvar06@stud.fit.vutbr.cz

Supervised by: Alexander Meduna

E-mail: meduna@fit.vutbr.cz

Abstract: This paper is about some modifications of deep pushdown automata. The first modification is stateless deep pushdown automata and the second modification is parallel stateless deep pushdown automata. I found that parallel stateless deep pushdown automata are stronger than non-parallel version. And that non-parallel stateless deep pushdown automata is even weaker than deep pushdown automata.

Keywords: deep pushdown automata, parallel deep pushdown automata, stateless pushdown automata, stateless parallel deep pushdown automata

1 ÚVOD

Tato práce se zabývá některými modifikacemi hlubokých zásobníkových automatů. A to konkrétně zavedením verze bezstavového hlubokého zásobníkového automatu, jelikož již v minulosti zde byly snahy o zjednodušení různých automatů za pomoci odstranění stavů. Posléze jsem zavedla i paralelní verzi tohoto automatu. Jednoduchým způsobem jsem se zde snažila zkoumat jejich vlastnosti.

Předpokládají se alespoň základní znalosti formálních jazyků, jelikož zde není prostor pro zavedení všech používaných pojmů.

2 HLUBOKÝ ZÁSObNÍKOVÝ AUTOMAT

2.1 DEFINICE

Hluboký zásobníkový automat je uspořádaná sedmice ${}_{deep}M = (Q, \Sigma, \Gamma, R, s, S, F)$, kde ${}_{deep}$ je maximální hloubka, v níž může dojít k nahrazení, Q je konečná množina stavů, Σ je vstupní abeceda, Γ je konečná množina zásobníkových symbolů, nazývaná zásobníková abeceda, $\Sigma \subset \Gamma$, $\# \in (\Gamma - \Sigma)$, $\#$ je speciální pomocný symbol značící dno zásobníku, stav $s \in Q$ je startující stav, $S \in \Gamma$ je počáteční zásobníkový symbol, $F \subseteq Q$ je konečná množina koncových stavů a R je konečná množina pravidel tvaru $(mqA \rightarrow pv) \in R$; $A \in \Gamma$; $p, q \in Q$; $0 < m \leq deep$ (m značí v jaké hloubce zásobníku budeme nahrazovat); $v \in \Gamma^$*

Jde o rozšířenou verzi klasického zásobníkového automatu. Taktéž využívá zásobník a operace expanze a vyjmutí. Nemusí však pracovat jen s nejvrchnějším zásobníkovým symbolem, ale může zasahovat i hlouběji (konkrétně dle definice maximálně do hloubky ${}_{deep}$). Touto modifikací se dostáváme přes hranici bezkontextových jazyků

3 MODIFIKACE BEZSTAVOVÝ HLUBOKÝ ZÁSObNÍKOVÝ AUTOMAT

3.1 DEFINICE

Bezstavový hluboký zásobníkový automat je uspořádaná čtveřice ${}_{deep}M = (\Sigma, \Gamma, R, S)$ ${}_{deep}$ je maximální hloubka, v níž může dojít k nahrazení

Σ je vstupní abeceda,

Γ je konečná množina zásobníkových symbolů, nazývaná zásobníková abeceda, $\Sigma \subset \Gamma$, $\# \in (\Gamma - \Sigma)$, $\#$ je speciální pomocný symbol značící dno zásobníku,

$S \in \Gamma$ je počáteční zásobníkový symbol,

R je konečná množina pravidel tvaru $(mA \rightarrow v) \in R$; $A \in \Gamma$; $0 < m \leq \text{deep}$ (m značí v jaké hloubce zásobníku budeme nahrazovat); $v \in \Gamma^*$

Bezstavový hluboký zásobníkový automat je klasický hluboký zásobníkový automat [1], ale pouze s jedním stavem, proto jsme mohli stavy z definice úplně vypustit. Základní otázkou je, zda omezení stavů změní nějak sílu tohoto automatu oproti klasickému hlubokému zásobníkovému automatu.

3.2 PŘÍKLAD

Typickým příkladem kontextového jazyka, který není bezkontextový, je jazyk $a^n b^n c^n$. V článku [1] byl zaveden konkrétní příklad hlubokého zásobníkového automatu, který tento jazyk umí přijímat.

$${}_2M = (\{s, q, p, f\}, \{a, b, c, \}, \{a, b, c, A, S, \#\}, R, s, S, \{f\})$$

s pravidly $1sS \rightarrow qAA$, $1qA \rightarrow paAb$, $1qA \rightarrow fab$, $2pA \rightarrow qAc$, $1fA \rightarrow fc$.

Zavedeme podobný automat avšak bezstavový.

$${}_2X = (\{a, b, c\}, \{a, b, c, A, S, \#\}, R, S)$$

s pravidly $1S \rightarrow AA$, $1A \rightarrow aAb$, $1A \rightarrow ab$, $2A \rightarrow Ac$, $1A \rightarrow c$.

3.3 VÝSLEDEK

Při bližším zkoumání tohoto automatu zjistíme zásadní problém. Při aplikaci pravidel nejsme schopni zaručit přijetí stejného počtu všech tří písmen. Dokonce se nám může stát, že by automat akceptoval c či ab na špatném místě. Pravidla se můžeme snažit změnit, ale ani tak nikdy nedostaneme gramatiku generující jazyk $a^n b^n c^n$. Chybí zde jistá kontrola řízení, kterou stavy umožňují. Jazyk $a^n b^n c^n$ nejsme tedy schopni pomocí tohoto typu automatu přijmout.

Z příkladu je jasně vidět, že jazyk $a^n b^n$ nemá tento automat problém přijímat. Troufám si proto říci, že nejspíše nedostaneme sílu hlubokých zásobníkových automatů, avšak pod sílu zásobníkových automatů bychom klesnout neměli. V článku [3], který se týká bezstavových zásobníkových automatů, bylo vyvozeno, že síla těchto automatů závisí na počtu nevstupních symbolů. Otázkou pro další výzkum je proto, jestli toto platí i v případě bezstavových hlubokých zásobníkových automatů a zda jsme vůbec schopni překonat hranici bezkontextových jazyků.

4 MODIFIKACE PARALELNÍ BEZESTAVOVÝ HLUBOKÝ ZÁSObNÍKOVÝ AUTOMAT

V předchozí kapitole jsme zmínili, že bezstavovým hlubokým zásobníkovým automatům chybí určitá schopnost řídit chod pravidel po sobě. Proč je však zpracovávat postupně, když nám přístup do různé hloubky umožňuje zpracovávat některá pravidla paralelně. Do předchozích bezstavových hlubokých zásobníkových automatů zavedeme paralelní pravidla, která byla zavedena v článku [2].

4.1 DEFINICE

Paralelní bezstavový hluboký zásobníkový automat je uspořádaná čtveřice ${}_{\text{deep}}M(\text{par}) = (\Sigma, \Gamma, R, S)$.

Definice je shodná s definicí 3.1 jen množina pravidel R je jiná: $(A_1, A_2 \dots A_n) \rightarrow (v_1, v_2 \dots v_n) \in R$; $A_j \in \Gamma - (\Sigma \cap \#)$; $1 < j \leq \text{deep}$; $n \leq \text{deep}$; $v_j \in \Sigma^*$

Paralelní bezstavový hluboký zásobníkový automat nám umožní expandovat několik nejvrchnějších nevstupních symbolů a zaměnit je za řetězce zásobníkových symbolů. V článku [2] bylo vyvozeno, že paralelismus nemá vliv na sílu hlubokých zásobníkových automatů, nýbrž na jejich rychlost. Jak to bude u bezstavové verze těchto automatů?

4.2 PŘÍKLAD

Ponechejme jazyk $a^n b^n c^n$. V článku [2] byl zaveden příklad paralelního hlubokého zásobníkového automatu, který tento jazyk umí přijímat.

$${}_2M = (\{s, q, p, f\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, A, S, \#\}, R, s, S, \{f\})$$

s pravidly $sS \rightarrow qAA$, $qA \rightarrow paAb$, $qA \rightarrow fab$, $pAA \rightarrow q(aAb, Ac)$, $1fA \rightarrow fc$, $qAA \rightarrow q(aAb, Ac)$

Zavedeme podobný automat avšak bezstavový.

$${}_2X = (\{a, b, c\} \{a, b, c, A, S, \#\}, R, S)$$

s pravidly $S \rightarrow AA$, $AA \rightarrow (aAb, Ac)$, $AA \rightarrow (ab, c)$

4.3 VÝSLEDEK

Jak vidíme, zde se nám úspěšně povedla modifikace. Tento bezstavový paralelní hluboký zásobníkový automat je schopen přijmout jazyk $a^n b^n c^n$. Měl by tedy být silnější než zásobníkový automat, avšak srovnání síly těchto automatů s klasickými hlubokými zásobníkovými automaty bude vyžadovat složitější důkaz.

5 SROVNÁNÍ

Na jednoduchém příkladu kontextového jazyka $a^n b^n c^n$ jsme si ukázali příklady automatů, které by měli tento jazyk přijímat. Věděli jsme, že hluboký zásobníkový automat i jeho paralelní verze tento jazyk přijímat umí. Bohužel u modifikace bezstavového zásobníkového automatu jsme zjistili, že tento jazyk není schopen přijmout, na rozdíl od jeho další modifikace paralelního bezstavového hlubokého zásobníkového automatu, který to zvládne za pomoci velmi málo pravidel.

6 ZÁVĚR

V této práci jsem zavedla dvě modifikace hlubokého zásobníkového automatu. První z nich – bezstavový hluboký zásobníkový automat, který není schopen přijmout všechny jazyky jako klasická verze (s jazykem $a^n b^n c^n$ má bezstavový hluboký zásobníkový automat problémy). Je zvláštní, že zasahování do hloubky pro nás nemá žádný význam, pokud nijak neřídíme aplikaci pravidel. Stále však zůstáváme minimálně na úrovni zásobníkových automatů (přesnou horní hranici určíme až pomocí formálního důkazu). Tušíme však, že síly samotných hlubokých zásobníkových automatů nedosáhneme.

Do bezstavových hlubokých zásobníkových automatů stačí však přidat maličkost, jako je paralelismus, a hned se dostáváme do skupiny silnějších jazyků než jsou jazyky bezkontextové. Přitom samotný paralelismus u hlubokých zásobníkových automatů sílu nijak nezvyšuje, pouze urychluje přijímání jazyka. Dle výsledků je dokonce vidět, že stačí i méně pravidel než potřebuje klasický hluboký zásobníkový automat. Otázkou zůstává zda jeho síla má alespoň úroveň, jaké dosahují hluboké zásobníkové automaty.

REFERENCE

- [1] Meduna, A.: Deep pushdown automata. In: Acta Informatica, 98, 2006, s. 114-124
- [2] Solár, P.: Paralelní hluboké zásobníkové automaty, bakalářská práce, Brno, FIT VUT v Brně, 2007
- [3] Meduna, A., Vrábel, L., Zemek, P.: An Infinite Hierarchy of Language Families Resulting from Stateless Pushdown Automata with Limited Pushdown Alphabets, In: Lecture Notes in Computer Science, Brno, FIT VUT v Brně, 2012