

NON-RETURNING TURING MACHINES

Marek Surovič

Bachelor Degree Programme (4), FIT BUT

E-mail: xsurov03@stud.fit.vutbr.cz

Supervised by: Alexander Meduna

E-mail: meduna@fit.vutbr.cz

Abstract: Non-returning Turing machines introduce a restriction upon Turing machines in the sense that they cannot move left, thus return on their tape. Other properties, such as the potentially infinite symbol tape or the ability to rewrite symbols on the tape, remain unchanged.

By introducing this restriction we limit the expressive power of the original Turing machine to the point, where a non-returning Turing machine is equivalent to a finite automaton and can be transformed into one.

The transformation process of the new restricted Turing machine into a finite automaton must preserve the properties of the restricted Turing machine. Solutions to challenges introduced by this requirement are briefly discussed in this article.

Keywords: non-returning Turing machine, finite automaton, transformation, formal model

1 ÚVOD

Předmětem příspěvku je zavedení tzv. Turingova stroje bez návratu na pásce a úvaha nad jeho možnými transformacemi. Turingův stroj bez návratu na pásce je modifikací klasického Turingova stroje, ve smyslu, že se na pásce nikdy nevrací. Touto modifikací je limitována vyjadřovací síla Turingova stroje do té míry, že je ekvivalentní s vyjadřovací silou konečného automatu.

Zmíněná úvaha nad transformacemi Turingova stroje bez návratu na pásce se bude týkat především jeho transformací na ekvivalentní konečný automat. Zejména pak schopnost zápisu a nekonečného prodloužení pásky.

Tento článek vychází ze znalostí a definic, které jsou podrobně popsány v [1].

2 MOTIVACE

Zkoumání vlastností Turingova stroje bez návratu na pásce je zajímavé z toho důvodu, že jeho vyjadřovací síla je ekvivalentní vyjadřovací síle konečných automatů a všechny vlastnosti klasického Turingova stroje, které byly ponechány, jsou simulovatelné v konečném automatu.

Další možností využití Turingova stroje bez návratu na pásce je při zkoumání vlastností procedur, které je možné tímto formalismem modelovat. Příkladem mohou být algoritmy, které pracují bez paměti nebo s velice omezenou pamětí.

3 FORMÁLNÍ DEFINICE

Turingův stroj bez návratu na pásce je sedmice:

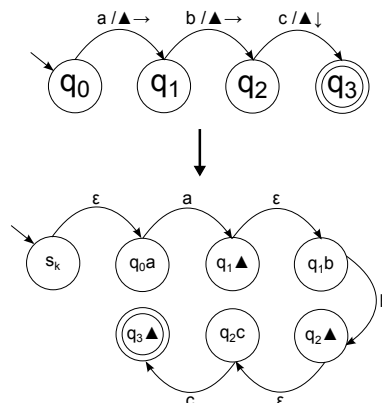
$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, R, s, F)$$

- Q je konečná množina stavů;
- Γ je pásková abeceda taková, že $\Gamma \cap Q = \emptyset$;
- $\Delta \in \Gamma$ je prázdný symbol;
- Σ je vstupní abeceda taková, že $\Sigma \subseteq \Gamma \setminus \{\Delta\}$;
- R je konečná množina pravidel tvaru $qX \vdash pYt$, kde
 - $p, q \in Q$;
 - $X, Y \in \Gamma$;
 - $t \in \{\rightarrow, \downarrow\}$;
- $s \in Q$ je počáteční stav;
- $F \subseteq Q$ je množina koncových stavů.

4 TRANSFORMACE V KONEČNÝ AUTOMAT

Základní myšlenkou transformačního procesu je uchovat informaci o páse omezeného Turingova stroje v stavech konečného automatu a výpočetní proces v omezeném Turingově stroji simulovat za pomoci běžného výpočetního procesu konečného automatu.

Konstrukce ekvivalentního konečného automatu je dosaženo rozkladem pravidel omezeného Turingova stroje pomocí několika jednoduchých pomocných funkcí, výběrem částí důležitých pro konstrukci konkrétního prvku a konečně složením těchto částí dohromady.



Obrázek 1: Transformace omezeného Turingova stroje

4.1 SIMULACE PRODLOUŽENÍ PÁSKY

Neomezené prodloužení pásky je jednou z vlastností, které jsou v omezeném Turingově stroji zachovány a tedy je nutné tuto vlastnost simulovat v konečném automatu, má-li být ekvivalentní.

Jelikož je stav pásky omezeného Turingova stroje uchován v stavech konečného automatu, nabízí se možnost vyřešit problém prodloužení pásky vytvořením stavů, do kterých se konečný automat dostane v případě, že by bylo nutné prodloužení pásky simulovat.

Fakt, že se jedná o potenciálně nekonečné prodloužování, zde není překážkou, protože počet možných kombinací aktuálního stavu a aktuálního čteného symbolu z pásky omezeného Turingova stroje je konečný a tedy i počet stavů nutných na uchování všech těchto kombinací je konečný.

4.2 SIMULACE ZÁPISU

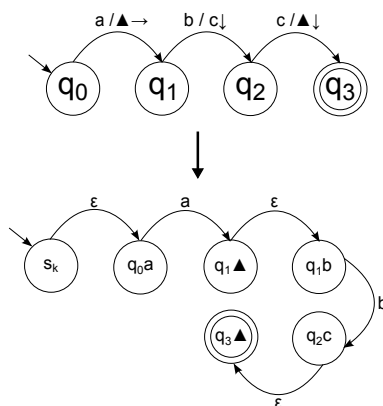
Uvažujme, že omezený Turingův stroj přepíše znak na pásce a neprovede posun doprava. V následujícím výpočetním kroku nutně přijde k čtení znaku, který byl na pásku zapsán omezeným Turingovým strojem a tedy není součástí původního vstupního řetězce.

Konečný automat narozdíl od omezeného Turingova stroje není schopen přepisovat obsah pásky a jakýkoli znak, který je přečten z pásky je nutně součástí vstupního řetězce. Při transformaci na konečný automat je tedy nutné simulovat tuto vlastnost jinak než čtením znaku z pásky.

Při hledání vhodného řešení je nutné si uvědomit jaký má výše popsané čtení v omezeném Turingově stroji dopad na jeho výpočet. Omezený Turingův stroj tímto čtením může pouze změnit stav, ve kterém bude provedeno čtení dalšího znaku.

Pokud dalším přečteným znakem opět nebude, z důvodu setrvání na stejném políčku, znak původního vstupního řetězce, situace se opakuje. Naopak pokud stroj po čtení a přepisu sebou zapsaného znaku provede přesun doprava, bude v následujícím kroku přečten nový znak z pásky.

Tento poměrně nepřehledný proces je možné jednoduše simulovat pomocí tzv. ϵ - přechodů do stavu, ve kterém bude výpočetní proces pokračovat, nezávisle na tom jestli bude konečný automat v tomto stavu číst, nebo jenom znovu přejde v jiný stav.



Obrázek 2: Řešení problému nežádoucího čtení

5 ZÁVĚR

Předmětem článku bylo zavedení a zkoumání vlastností omezené varianty Turingova stroje, tzv. Turingova stroje bez návratu na pásce. Zkoumána je zde zejména vyjadřovací síla nově zavedeného formalismu a jeho transformace na dobře známý ekvivalentní formalismus.

Přímým pokračováním tohoto zkoumání může být zavedení a zkoumání dalších variant Turingových strojů s omezeným návratem. Například varianta, ve které je návrat na pásce shora omezen konstantou. Za méně přímé pokračování by bylo možné považovat zkoumání důsledků omezení paměti v modelech výpočtu obecně.

REFERENCE

- [1] Wood, D.: Theory of Computation, New York City, John Wiley & Sons 1986, ISBN 0471603511