

# PERFORMANCE, ROBUSTNESS AND IMPLEMENTATION OF CONTROLLERS

**Luděk Buchta**

Master Degree Programme (2), FEEC BUT

E-mail: xbucht13@stud.feec.vutbr.cz

Supervised by: Petr Pivoňka

E-mail: pivonka@feec.vutbr.cz

**Abstract:** This article deals with the design of modern process control algorithms suitable for SISO industrial control equipments. The paper is focused on robustness, performance and implementation of controllers. In this article the analysis of the controller design methodology using Mixed-sensitivity function is described. The proposed  $H_\infty$  controllers are compared with the classical structure of a discrete PID controller.

**Keywords:** Mixed-Sensitivity  $H_\infty$  Control, PID controller, identification

## 1. ÚVOD

Tento článek se zabývá problematikou moderního postupu při návrhu regulačních algoritmů vhodných pro řízení SISO průmyslových zařízení, je zaměřen na metodiku návrhu regulátorů  $H_\infty$  syntézou pomocí smíšené citlivostní funkce. Tato metoda spočívá v tvarování frekvenčních charakteristik pomocí váhových funkcí. Při návrhu je tvarována citlivostní, komplementární citlivostní funkce a váhová funkce akčního zásahu tak, aby bylo dosaženo požadovaného přechodného děje a potlačení vstupujících poruch. Navržené  $H_\infty$  regulátory jsou porovnány s klasickou strukturou diskrétního PID regulátoru s filtrací derivační složky. Konstanty tohoto regulátoru jsou navrženy klasickou metodou Zigler-Nicholsona. Výsledné regulátory jsou srovnány z pohledu robustnosti, výkonosti, složitosti návrhu a požadavků nutných k jejich praktickému nasazení.

## 2. IDENTIFIKACE

Hlavním cílem identifikace je, aby se chování matematického modelu co nejvíce blížilo chování reálného systému, který v tomto případě představuje fyzikální model soustavy třetího řádu realizovaný operačními zesilovači. Na modelu je možno nastavit tři časové konstanty ( $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ), jeho zesílení je přibližně rovno jedné. Soustava je popsána přenosem  $F_s(s)$ :

$$F_s(s) = \frac{1}{(T_1s + 1) \cdot (T_2s + 1) \cdot (T_3s + 1)} = \frac{1}{(0.5s + 1) \cdot (s + 1) \cdot (5s + 1)} \quad (1)$$

K získání matematického modelu bylo využito metody pomocných proměnných se zpožděným pozorováním, protože na rozdíl od klasické metody nejmenších čtverců vede na nevychýlený odhad neznámých parametrů. Tato metoda byla aplikována na ARX model [2]. Jednorázová varianta této metody je popsána rovnicí:

$$\hat{\theta} = \left[ \sum_{k=1}^N \xi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \left[ \sum_{k=1}^N \xi(k) y(k) \right], \quad (2)$$

kde  $\hat{\theta}$  je vektor hledaných parametrů identifikovaného systému,  $\varphi(k)$  vektor pozorování,  $\xi(k)$  vektor pomocných proměnných a  $y(k)$  je vektor naměřených výstupních veličin. Hlavní myšlenkou metody je změnit vektor pozorování  $\varphi(k)$  tak, aby byl co nejméně korelovaný se šumem a co nejvíce korelovaný s nezašuměnými daty. Toho je dosaženo zavedením vektoru  $\xi(k)$ , který se od vektoru

ru  $\varphi(k)$  liší tím, že obsahuje zpožděné hodnoty výstupu  $y(k)$ , které závisí na předcházejících hodnotách šumu. Z toho vyplývá, že vektor  $\zeta(k)$  není korelovaný s šumem v aktuálním kroku, čímž je zajištěn nevychýlený odhad parametrů identifikovaného systému [2].

### 3. H<sub>∞</sub> ŘÍZENÍ

Jednou z moderních metod návrhu robustního regulátoru je Mixed-Sensitivity H<sub>∞</sub> Control. Tato metoda spočívá v tvarování frekvenčních charakteristik pomocí váhových funkcí.

$$\|T_{zw}\|_{\infty} = \left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \quad (3)$$

Váhové funkce  $W_1$ ,  $W_2$  a  $W_3$  tvarují frekvenční charakteristiku citlivostní funkce ( $S$ ), váhovou funkci akčního zásahu ( $KS$ ) a komplementární citlivostní funkci ( $T$ ) tak, aby bylo dosaženo požadovaných vlastností regulátoru  $K$ . Při návrhu zpravidla nemusí být využity všechny tři váhové funkce, s výjimkou váhy pro citlivostní funkci. Cílem sub-optimálního H<sub>∞</sub> řízení je nalézt všechny vyhovující regulátory  $K$ , pro které platí  $\|T_{zw}\|_{\infty} < \gamma$ , kde  $\gamma < 0$ . Postupně je snižován parametr  $\gamma$  metodou půlení intervalu a je hledáno minimum  $\gamma$ -iterace. Výsledkem je regulátor  $K$  stabilizující soustavu, pomocí minimalizace rovnice (3), parametr  $\gamma$  představuje dosaženou přesnost při návrhu sub-optimálního H<sub>∞</sub> regulátoru. Na model reálné soustavy získaného pomocí identifikace byla navržena trojice H<sub>∞</sub> regulátorů pomocí kombinací váhových funkcí. První regulátor SKS pomocí váhové funkce  $W_1$  a  $W_2$ , druhý regulátor ST pomocí váhové funkce  $W_1$  a  $W_3$ , a poslední SKST pomocí všech váhových funkcí. H<sub>∞</sub> regulátory jsou vypočteny v podobě přenosové funkce v m-file, v prostředí Matlab/Simulink, kde je řešena úloha sub-optimálního H<sub>∞</sub> řízení [1].

### 4. DISKRÉTNÍ EKVIVALENT PID REGULÁTORU

Diskrétní ekvivalent spojitého PID regulátoru (dále jen PSD) je popsán rovnicí (4). Při realizaci PSD regulátoru je nezbytné dbát na potlačení všech rušivých signálů na frekvencích vyšších, než je frekvence vzorkování. Pouze při splnění této podmínky bude PSD regulátor srovnatelný se spojitým regulátorem. Jednou z možností potlačení vlivů rušivých signálů je implementace jednoduchého číslicového filtru do diferenční složky regulátoru. K filtraci diferenční složky byla použita metoda Impulse Area Invariant, která se velice blíží vlastnostem spojitého filtru. Celková plocha odezvy diferenční složky je ekvivalentní s plochou spojitě derivační složky (více v literatuře [2]).

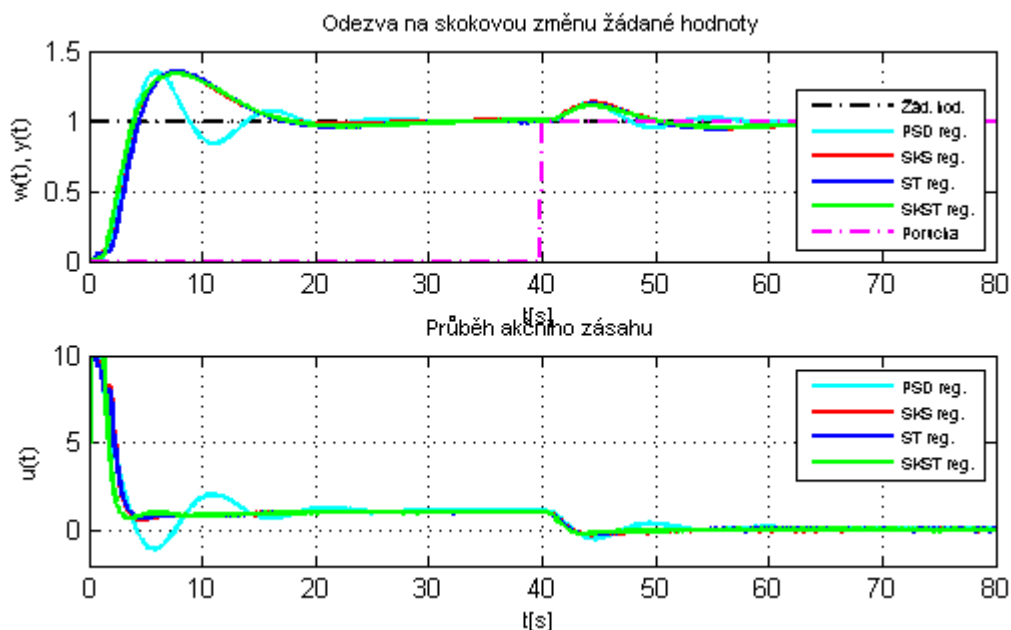
$$F_R(z) = K_R \left[ 1 + \frac{T_s}{T_I} \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} + \frac{T_d}{T_s} \left( 1 - e^{-\frac{T_s N}{T_d}} \right) \frac{1 - z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T_s N}{T_d}} z^{-1}} \right], \quad (4)$$

Problematika přebuzení sumační složky (wind-up) je řešena pomocí dynamického omezení sumační složky s modelem akčního členu. Konstanty PSD regulátoru byly získány klasickou metodou Zigler-Nicholsona, se stejnou periodou vzorkování  $T_s = 100 \text{ ms}$  jako u H<sub>∞</sub> regulátorů.

### 5. VYHODNOCENÍ NAVRŽENÝCH REGULÁTORŮ

Robustnost navržených regulátorů byla hodnocena na základě vyšetření zásoby stability v modulu, všechny navržené regulátory splňují v praxi typický požadavek na zásobu stability v modulu  $\Delta M \geq -6 \text{ dB}$ , i když H<sub>∞</sub> regulátory jsou oproti PSD regulátoru výrazně robustnější. Výkonnost navržených regulátorů byla zhodnocena z průběhu přechodových dějů (Obrázek 1). Porovnáván byl průběh a rychlost přechodového děje, maximální překmit a vyregulování vstupujícího poruchového signálu na vstupu do soustavy. Skoková změna žádané hodnoty je regulátory SKS, ST a SKST regulována s jedním velkým viditelným překmitem, protože metoda návrhu sub-optimálního H<sub>∞</sub> regulátoru takovéto průběhy preferuje. Z pohledu výkonnosti mají všechny navržené regulátory pro

soustavu  $F_S(s)$  téměř shodné vlastnosti. Regulátor SKST dosahuje vždy o něco lepších vlastností, než ostatní  $H_\infty$  regulátory, což je umožněno návrhem za pomoci všech tří váhových funkcí.



**Obrázek 1:** Srovnání přechodových dějů všech navržených regulátorů na reálnou soustavu

Návrh sub-optimálního  $H_\infty$  regulátoru vždy vede na regulátor vysokého řádu, který musí být minimalizován, což návrh komplikuje. Oproti tomu struktura PSD regulátorů je srozumitelná a předem známá. U všech navržených typů regulátorů je realizován anti-windup, bránící nepříznivému ovlivnění přechodového děje. U PSD regulátoru je řešen dynamickým omezením sumační složky s modelem akčního členu. U  $H_\infty$  regulátorů je anti-windup řešen algoritmicky. Nevýhodou tohoto algoritmu je, že při omezení akčního zásahu dochází k opětovnému přepočtu výsledného akčního zásahu shodného s omezením. Tyto výpočty navíc mohou zatížit procesor IPC a působit problémy při krátkých periodách vzorkování. Náročnost implementace PSD a  $H_\infty$  regulátorů je stejná, jejich diferenční rovnice spolu s algoritmem na anti-windup byly přepsány do jazyka ANSI-C a implementovány do IPC od firmy B&R.

## 6. ZÁVĚR

Tento článek je zaměřen na metodiku návrhu regulátorů  $H_\infty$  syntézou pomocí smíšené citlivostní funkce a vzájemné srovnání s diskretním ekvivalentem PID regulátoru. Hlavní předností  $H_\infty$  regulátorů je splnění typického požadavku na zásobu stability v modulu -6dB, z pohledu výkonnosti jsou srovnatelné s PSD regulátorem.  $H_\infty$  regulátory vyžadují krátké periody vzorkování, z toho vyplývá, že pro zlepšení jejich vlastností by musela být zkrácena perioda vzorkování. Hlavní nevýhodou návrhu  $H_\infty$  regulátorů je nutnost minimalizace navrženého regulátoru a požadavky na výpočetní software v tomto případě Matlab/Simulink a celková složitost návrhu. Všechny výše popsané algoritmy regulátorů byly implementovány do řídicího systému od firmy B&R.

## REFERENCE

- [1] SKOGESTAD, S. POSTLETHWAITE, I.: *Multivariable feedback kontrol, Analysis and Design*, John Wiley and Sons Ltd, 2000, ISBN 0 471 94277 4
- [2] PIVOŇKA, P.: *Comparative analysis in implepentations discrete PID controllers*. Brno University of Technology. Zittau, Germany: HS Zittau/Gorlitz, 2008. s. 162-167.
- [3] BLAHA, P.: *Metody pomocných proměnných*. VUT Brno, Učební text, 2009.