# IMAGE DATA SEGMENTATION USING IMPLICIT SURFACES

Vít ŠTANCL, Master Degree Programme (4)
Dept. of Computer Graphics, FIT, BUT
E-mail: xstanc05@stud.fit.vutbr.cz

Supervised by: Dr. Přemysl Kršek

## ABSTRACT

This article introduces method for creating smooth implicit surface. Surface is described by specifying points (constraints) in 3D through which it should pass. Interpolation can be done by finding smooth embedding function. This scattered-data interpolation problem is untwined using radial basis function centered at the constraints. Solved surface can be used for interactive modeling of 3D objects or specifying boundaries of object sampled on 2D slices - for example medicinal data.

## 1 ÚVOD

Problém, který chceme řešit, je vymezení trojrozměrné oblasti zřetelné na sadě souvisejících obrázků uložených v paměti počítače (například oblast kosti viditelné na řezech z CT) a její následná vizualizace. Při ohraničování oblastí na jediném 2D snímku je možné použít mnoho metod - od triviálního, ale zdlouhavého obtahování myší (například na 300 snímcích), přes zadávání křivek (např. B-spline) až po nejrůznější filtrační metody. Použitím *implicitních ploch* můžeme zadat mnohem méně bodů (stačí například 20 řezů) a přesto zajistíme, aby výsledkem byla hladká plocha interpolující zadané body. To samozřejmě vede k velkým časovým úsporám.

## 2 ROZBOR

Implicitní funkce je definována takto:

$$\{\vec{x} : f(\vec{x}) = k\}, k \in \mathcal{R} \tag{1}$$

pro nějakou funkci $f : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$. Musíme tedy najít funkci $f$ takovou, aby v zadaných hraničních bodech $\vec{x}_i$ bylo $f(\vec{x}_i) = 0$. Funkce navíc musí pro zadané body dávat uživatelem předvídatelný výsledek. Jako možné řešení se ukazuje použití *radiálních funkcí*. Za středy těchto kulově symetrických funkcí zvolíme zadané body, ať již hraniční, nebo uvnitř plochy.

Turk a O'Brien [1] navrhli použití funkce $\phi(r) = r^3$. Navíc přidávají ke každému hraničnímu bodu $\vec{x}_i$ jeden další vnitřní bod $\vec{y}_i, f(\vec{y}_i) = k$, kde $k \neq 0$. tak, aby pomocí něho mohli simulovat normálu plochy v daném místě. Suma:

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{n} d_i \phi(\|\vec{x}_i - \vec{c}_i\|) \tag{2}$$

bude potom sloužit jako výsledná rovnice plochy. Zde $c_i$ jsou pozice zadaných bodů, ve kterých známe hodnotu funkce, $\phi(r)$ je radiální funkce a $d_i$ je váha této funkce pro bod $c_i$. Abychom zjistili hodnoty $d_i$, dosadíme jednotlivé známé body do rovnice 2.

$$f(\vec{c}_i) = \sum_{j=1}^{n} d_i \phi(\|\vec{c}_j - \vec{c}_i\|) = h_i \tag{3}$$

kde $h_i$ je zadaná hodnota funkce v bodě $c_i$. Získáme tak soustavu rovnic:

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi 12 & \dots & \phi 1n \\ \phi_{21} & \phi 22 & \dots & \phi 2n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi n2 & \dots & \phi nn \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \tag{4}$$

Pokud vyřešíme systém 4 a získáme tak hodnoty vah $d_i$, můžme spočítat hodnotu implicitní funkce v bodě $x_i$ dosazením do rovnice 2. Takto definovanou výslednou funkci již je možné použít pro vizualizaci například metodou Sphere tracing [5], nebo za použití Marching cubes.

Funkce $\phi = r^3$ je nenulová na celém definičním oboru kromě svého středu ($r = 0$) a tudíž změna v jakémkoliv bodě ovlivní celý systém - to porušuje podmínku předvídatelnosti výsledku uživatelem. To je jeden z důvodů, proč Morse [2] navrhuje použít funkce tvaru:

$$\phi(r) = \begin{cases} (1-r)^k P(r) & \text{pro } r < 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \tag{5}$$

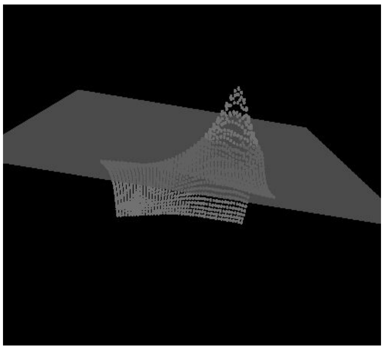
nalezené Wendlandem [4]. Ty kromě toho, že mají definovatelný poloměr působení, také splňují další podmínku na ně kladenou - zaručují hladkost výsledné plochy. Příkladem může být funkce $\phi(r) = (1-r)^4 + (4r+1)$, která zaručuje vytvoření plochy s hladkostí $c^2$.

## 3 SLOŽITOST VÝPOČTU

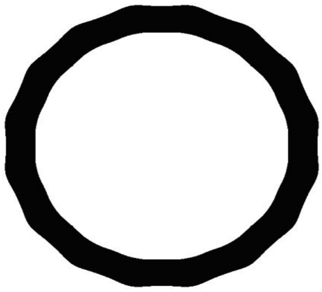
Pro výpočet jednoho bodu je zapotřebí:

1. Vytvořit systém rovnic. Časová složitost je řádu $O(n^2)$, stejně tak jako prostorová. Proměnná $n$ reprezentuje počet řídících bodů.
2. Pro výpočet systému rovnic a nalezení váhových ohodnocení jednotlivých radiálních funkcí je opět třeba řádově $O(n^2)$ kroků.
3. Pro výpočet hodnoty výsledné funkce v jednom bodě je třeba $O(n)$ kroků.

Celkově je složitost výpočtu závislá hlavně na počtu bodů ovlivňujících danou pozici.



Obrázek 1: Implicitní plocha



Obrázek 2: Vypočtený řez

## 4 ZÁVĚR

Cílem bylo vytvořit obecný systém. Implementace proběhla v jazyce C++, jako grafický výstup se používá OpenGL. Na ukázce (Obrázek 1+2) je vidět řeznou rovinu protínající plochu a vypočtený řez v daném místě. Systém již poskytuje pro zadaný soubor řídících bodů vypočtené řezy v rovinách kolmých na osy. Protože výpočet je velmi náročný na čas, je hlavním cílem do budoucna optimalizace rychlosti. Docílit jí lze hlavně těmito postupy:

- Optimalizace sestavení systému rovnic. Rovnice se sestavují a řeší jen pro body působící v počítané rovině.
- Optimalizace řešení systému rovnic použitím metody LU-dekompozice.
- Při výpočtu rovnice 2 v bodě $\vec{x}$ se uvažují jen ty body, které do daného místa svým vlivem zasahují. Výběr těchto bodů je zajištěn použitými datovými strukturami.

## REFERENCE


[1] G. Turk, J.F. O'Brien.: Shape transformatiom using variational implicit functions, Computer Graphics Forum, 14(4):181 188, 1995

[2] B.S. Morse, T.S. Yoo, P.: Rheingans, D.T. Chen, K.R. Subramanian, Interpolating implicit surfaces from scattered surface data using compactly supported radial basis functions, In Proceedings of Shape Modeling International (SMI) 2001, Italy, 2001, 89 98

[3] G. Yngve, G. Turk.: Creating smooth implicit surfaces from polygonal meshes. Technical Report GIT-GVU-99-42, Graphics, Visualization and Usability Center, Georgia Institute of Technology 1999

[4] H. Wendland.: Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. AICM, 4:389–396, 1995

[5] John Hart.: Sphere tracing: A geometric method for the antialiased ray tracing of implicit surfaces. The Visual Computer, 12(10):527–545, 1997.